UNDERVISNINGS
MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

1. Delprøve, uden hjælpemidler
kl. 9.00-10.00

Mandag den 20. december 2010
kl. 9.00 - 14.00

hhx103-MAT/A-20122010

Matematik A
Prøven uden hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 5 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Prøvens varighed er 1 time.

Hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, må ikke benyttes.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Opgave 1

Vektorerne $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

a) Gør rede for, at $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale, og at $\vec{b}$ og $\vec{c}$ er parallelle.

Opgave 2

En funktion f er givet ved forskriften $f(x) = -x^2 + 10x$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i røringspunktet (2, 16).

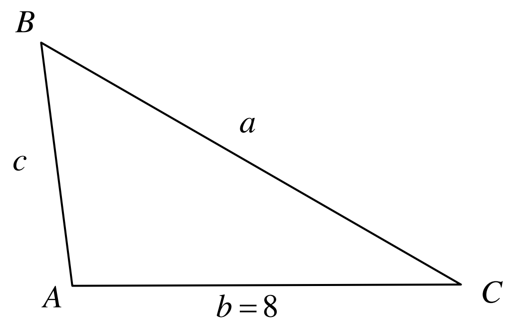
Opgave 3

a) Bestem integralet $\int (3x^2 + 2 - \frac{1}{x})\,dx$.

Opgave 4

I trekant *ABC*, som *ikke* er retvinklet, kendes følgende størrelser:

Arealet af trekant *ABC* er 20
sin(*C*) = 0,5
b = 8



a) Bestem længden af siden *a*.

Opgave 5

Pris-afsætningskurven for en bestemt vare kan beskrives ved en lineær funktion $f(x) = ax + b$, hvor x angiver afsætningen i stk., og $f(x)$ angiver prisen pr. stk. ved en afsætning på x stk.

Det oplyses, at prisen pr. stk. ved en afsætning på 100 stk. af varen er 300 kr., og at prisen pr. stk. ved en afsætning på 200 stk. af varen er 100 kr.

a) Bestem en forskrift for funktionen f.

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Undervisningsministeriet

UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

2. Delprøve

hhx103-MAT/A-20122010

Mandag den 20. december 2010
kl. 9.00 - 14.00

Matematik A
Prøven med hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 8 opgaver, hvor hvert delspørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Prøvens varighed er 5 timer.

Af opgaverne 8A og 8B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration. Hvor hjælpemidler, herunder IT-værktøjer, er benyttet, skal mellemregninger erstattes af forklarende tekst.

Opgave 1

To vektorer er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Bestem vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Opgave 2

På en skole har elevrådet undersøgt 100 tilfældigt udvalgte elevers ugentlige forbrug i kr. af læskedrikke.

Fordelingen af svarene fremgår af nedenstående tabel.

Ugentligt forbrug i kr.	$[0;50]$	$]50;100]$	$]100;150]$	$]150;200]$	$]200;250]$	$]250;300]$
Antal elever	12	16	28	26	14	4

a) Tegn et diagram, der beskriver fordelingen af de 100 tilfældigt udvalgte elevers ugentlige forbrug i kr. af læskedrikke.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typeinterval
median
kvartilsæt
gennemsnit
varians
standardafvigelse

b) Beskriv fordelingen af de 100 tilfældigt udvalgte elevers ugentlige forbrug i kr. af læskedrikke ved hjælp af 2 statistiske deskriptorer.

Opgave 3

En virksomhed producerer og afsætter bl.a. varerne A og B.

Prisen $p(x)$ pr. enhed af vare A er givet ved

$$p(x) = -0{,}4x + 20 \quad , \quad 0 < x < 50$$

hvor x angiver afsætningen pr. dag af vare A.

Prisen $q(y)$ pr. enhed af vare B er givet ved

$$q(y) = -0{,}1y + 10 \quad , \quad 0 < y < 100$$

hvor y angiver afsætningen pr. dag af vare B.

Omsætningen for en vare kan bestemmes ved

$$\textit{omsætning} = \textit{afsætning} \cdot \textit{pris pr. enhed}$$

a) Gør rede for, at den samlede omsætning pr. dag for vare A og vare B kan bestemmes ved

$$O(x,y) = -0{,}4x^2 + 20x - 0{,}1y^2 + 10y$$

Niveaukurven $N(t)$ svarer til $O(x,y) = t$.

b) Gør rede for, at $N(250)$ er en ellipse med ligningen

$$\frac{(x-25)^2}{625} + \frac{(y-50)^2}{2500} = 1$$

og tegn denne samt begrænsningsområdet i et koordinatsystem.

c) Bestem den afsætning af vare A og den afsætning af vare B, der skal produceres og afsættes pr. dag for at få den størst mulige samlede omsætning pr. dag.

Efterfølgende underlægges den samlede daglige produktion af vare A og vare B følgende begrænsning: $x + y \leq 50$.

d) Bestem den afsætning af vare A og den afsætning af vare B, der skal produceres og afsættes pr. dag for at få den størst mulige samlede omsætning pr. dag, når der skal tages hensyn til nævnte begrænsning.

Opgave 4

Tabellen nedenfor viser de første 5 terminer i en amortisationsplan for et annuitetslån.

Termin	Primo restgæld	Rente	Afdrag	Ydelse	Ultimo restgæld
1	24000,00	480,00	987,76		23012,24
2	23012,24	460,24	1007,52		22004,72
3	22004,72	440,09	1027,67		20977,05
4	20977,05	419,54	1048,22		19928,83
5	19928,83	398,58	1069,18		18859,65
:					

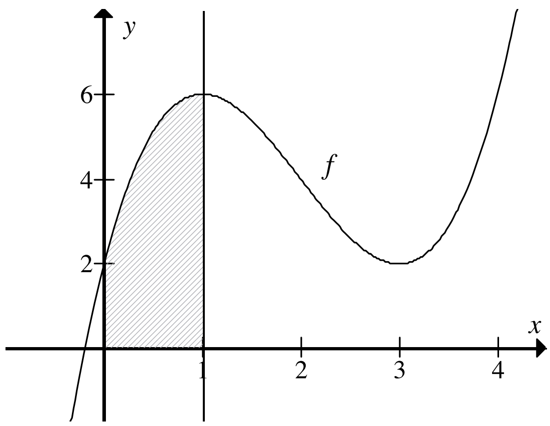
a) Bestem lånets hovedstol, ydelse og rentefod pr. termin.

b) Bestem ultimo restgæld umiddelbart efter at den 8. ydelse er betalt.

Opgave 5

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$$



a) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

b) Bestem x-koordinaten til det punkt, hvor grafen for f skifter krumning fra konkav til konveks.

c) Bestem arealet af det skraverede område på figuren, der afgrænses af grafen for f, linjen med ligningen $x = 1$ og koordinatakserne.

Opgave 6

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = e^{x^2-4x} - 1$$

Vi ønsker at bestemme funktionens eventuelle nulpunkter.

a) Forklaringer til nedenstående løsning skal gives. Benyt bilag 1.

$e^{x^2-4x} - 1 = 0$	funktionen sættes lig med nul.
$e^{x^2-4x} = 1$	______________________
$x^2 - 4x = 0$	______________________
$x \cdot (x-4) = 0$	______________________
$x = 0 \vee x = 4$	______________________

Opgave 7

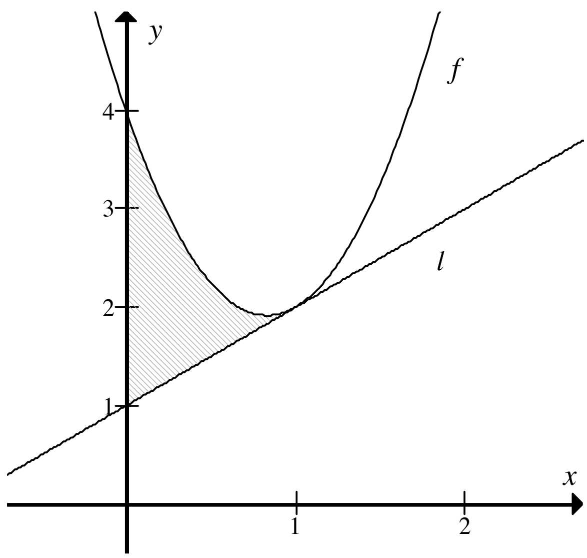
En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 4$$

Linjen l er givet ved ligningen $y = x + 1$.

a) Gør rede for, at linjen l er tangent til grafen for f og bestem røringspunktet.

b) Bestem arealet af det skraverede område på figuren, der afgrænses af grafen for f, linjen l og y-aksen.



Af opgaverne 8A og 8B
må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis begge opgaver afleveres,
bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

Opgave 8A

En virksomhed har lavet nedenstående beregning til bestemmelse af prisen inkl. moms for en vare. Arbejdslønnen er fast 500 kr., fortjenesten er 60 % og momsen er 25 %, mens råvareprisen kan variere. Hvis råvareprisen for varen er 300 kr. ser beregningen således ud:

Råvarepris		300
+ arbejdsløn		500
= Samlede omkostninger		800
+ fortjeneste	60 %	480
= Salgspris ekskl. moms		1280
+ moms	25 %	320
= Salgspris inkl. moms		1600

Lad x angive råvarepris og $f(x)$ salgspris inkl. moms som funktion af råvarepris.

a) Gør rede for, at $f(x) = 2x + 1000 \quad , \quad x > 0$.

b) Bestem en forskrift for den omvendte funktion f^{-1}, og gør rede for, hvad denne funktion angiver i forbindelse med ovenstående beregning.

Opgave 8B

Kilde: Gern Glas A/S.

Virksomheden Gern Glas A/S producerer planglas og spejle til bl.a. møbelindustrien.

Produktionen foregår i tre processer: slibning, hærdning og boring.

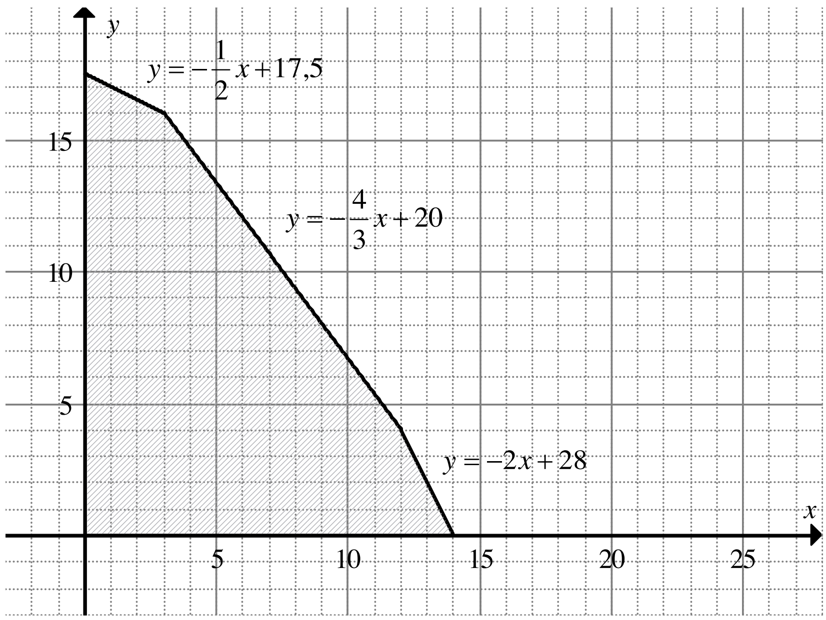
Til et planglas bruges 10 minutter til slibning, 20 minutter til hærdning og 4 minutter til boring.

Til et spejl bruges 20 minutter til slibning, 15 minutter til hærdning og 2 minutter til boring.

Til slibning er der 350 minutter til rådighed pr. dag, til hærdning er der 300 minutter til rådighed pr. dag, og til boring er der 56 minutter til rådighed pr. dag.

Lad x angive antal planglas pr. dag og lad y angive antal spejle pr. dag.

Begrænsningerne definerer følgende polygonområde, der også er gengivet i bilag 2.



Det samlede dækningsbidrag pr. dag bestemmes ved funktionen $f(x,y)=30x+20y$

a) Bestem det antal planglas og det antal spejle, der skal produceres pr. dag for at opnå det størst mulige samlede dækningsbidrag pr. dag.

b) Bestem, indenfor hvilket interval dækningsbidraget pr. spejl kan variere, så f stadigvæk antager sin størsteværdi i punktet bestemt i spørgsmål a).

Undervisningsministeriet

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Bilag 1 til opgave 6 (med hjælpemidler).

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	**Navn:**

$e^{x^2-4x}-1=0$ funktionen sættes lig med nul.

$e^{x^2-4x}=1$ ______________________________

$x^2-4x=0$ ______________________________

$x\cdot(x-4)=0$ ______________________________

$x=0 \vee x=4$ ______________________________

Bilag 2 til opgave 8B (med hjælpemidler).

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**