

Matematik Niveau A

Dette opgavesæt består af 7 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med følgende omtrentlige vægte:

Opgave 1	20%
Opgave 2	10%
Opgave 3	15%
Opgave 4	10%
Opgave 5	15%
Opgave 6	15%
Opgave 7	15%
I alt	100%

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

Af opgaverne 7A og 7B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 7A.

Opgave 1

Vektorerne \vec{a} og \vec{b} er givet ved: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7t^2 + 1 \\ -4t \end{pmatrix}$

- Beregn skalarproduktet $\vec{a} \cdot \vec{b}$ for $t = 2$.
- Beregn projektionen af \vec{a} på \vec{b} for $t = 2$.
- Bestem de værdier af t for hvilke \vec{a} står vinkelret på \vec{b} .
- Gør rede for, at der ikke findes nogen værdier af t , for hvilke \vec{a} er parallel med \vec{b} .

Opgave 2

I en park skal der anlægges en ny græsplæne. Figuren nedenfor viser en tegning af græsplænen i et almindeligt koordinatsystem.

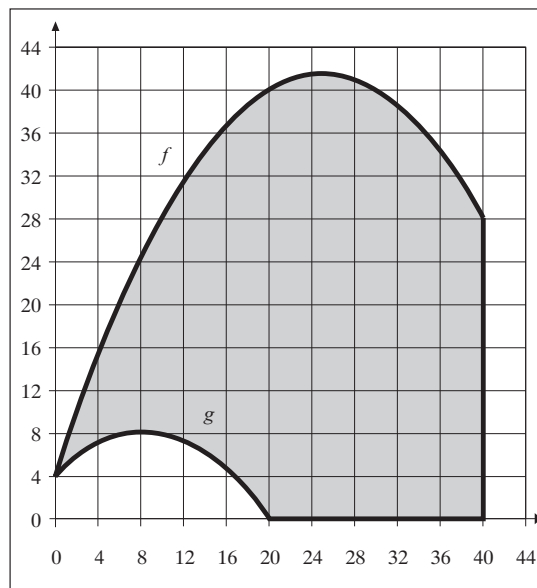
I dette koordinatsystem er græsplænen afgrænset af x -aksen, graferne for funktionerne f og g samt linjen $x = 40$ (se figuren).

Funktionerne f og g er givet ved:

$$f(x) = -0,06x^2 + 3x + 4$$

$$g(x) = -0,06x^2 + x + 4$$

Beregn arealet af græsplænen.



Opgave 3

Det areal, der er dækket af en bestemt ukrudtsplante i Danmark, er blevet opgjort hvert år siden 1950. Arealet beregnes i hektar.

Arealet x år efter 1950 kan beskrives ved funktionen f , der er givet ved $y = f(x)$ og som opfylder differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 0,0000002 \cdot y \cdot (490000 - y)$$

- a) Bestem den øvre grænse for det areal, der kan blive dækket af ukrudtsplanten.

Ved opgørelsen i 1950 dækkede ukrudtsplanten 245 hektar. Det vil sige, at $f(0) = 245$.

- b) Bestem en forskrift for funktionen f .

Et bestemt år viste opgørelsen, at ukrudtsplanten dækkede 48.000 hektar.

- c) Beregn det antal år, der er gået fra 1950 og frem til denne opgørelse.

Opgave 4

Tante Klara har fået lavet et sofabord med en ellipseformet bordplade efter følgende ligning

$$-x^2 + 100x - 0,25y^2 + 45y = 2925$$

- a) Bestem halvaksjerne i denne ellipse.

Halvaksernes længde måles i cm.

En ellipseformet dug skal sys således, at den hænger 10 cm ned over kanten hele vejen rundt.

- b) Bestem en ligning for den ellipse, dugen skal sys efter.

Opgave 5

- a) Vis ved beregning, at nedenstående resultat er korrekt

$$\int_0^5 (3x^2 - 8x + 1) dx = 30$$

- b) Vis ved beregning, at nedenstående resultat er korrekt med 1 decimals nøjagtighed

$$\int_2^3 (2x + 3) \cdot \ln(x^2 + 3x - 4) dx = 18,2$$

- c) Funktionen f er givet ved

$$f(x) = (x + 1) \cdot e^{2x}$$

Det oplyses, at

$$F(x) = \int f(x) dx \quad \text{og at} \quad F(0) = 1\frac{1}{4}$$

Vis ved beregning, at

$$F(x) = \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) \cdot e^{2x} + 1$$

Opgave 6

Foreningen IF ønsker at undersøge andelen af borgere i lokalområdet, der dyrker stavgang. En undersøgelse blandt 200 tilfældigt udvalgte borgere i lokalområdet viser, at 58 af disse dyrker stavgang.

- a) Giv et skøn over andelen af borgere i lokalområdet, der dyrker stavgang.
- b) Bestem et 90% konfidensinterval for andelen af borgere i lokalområdet, der dyrker stavgang.

IF har det mål, at mindst 35 % af borgerne i lokalområdet skal dyrke stavgang.

- c) Vurder om IF's mål er nået.

**Af opgaverne 7A og 7B
må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun
besvarelsen af opgave 7A.**

Opgave 7A

En virksomhed ønsker at optimere salget af varerne SILVER og GOLD, der sælges i stk.

Salget af SILVER betegnes x og prisen pr. stk. kan beregnes ved funktionen

$$p(x) = -0,1x + 16 \quad , \quad x \in [0 ; 60]$$

Salget af GOLD betegnes y og prisen pr. stk. kan beregnes ved funktionen

$$q(y) = -0,1y + 14 \quad , \quad y \in [0 ; 40]$$

- a) Gør rede for, at den samlede omsætning O af de to varer kan udtrykkes ved

$$O(x, y) = -0,1x^2 + 16x - 0,1y^2 + 14y$$

Niveaukurven $N(t)$ defineres ved

$$N(t): O(x, y) = t$$

- b) Gør rede for, at niveaukurven $N(1090)$ kan beskrives ved

$$(x - 80)^2 + (y - 70)^2 = 20^2$$

og tegn denne niveaukurve i et almindeligt koordinatsystem.

- c) Bestem det salg af SILVER og GOLD, der giver den største samlede omsætning, når begrænsningerne $x \in [0 ; 60]$ og $y \in [0 ; 40]$ skal overholdes.

Opgave 7B

Ejeren af et diskotek registrerede en aften gæsternes køn og alder. Ud fra alder blev gæsterne opdelt i følgende 3 aldersgrupper:

I: Under 20 år

II: Fra 20 år til 25 år

III: Over 25 år

Registreringen viste at:

60% af gæsterne var i aldersgruppe I, og heraf var 60% kvinder.
30% af gæsterne var i aldersgruppe II, og heraf var 40% kvinder.
10% af gæsterne var i aldersgruppe III, og heraf var 20% kvinder.

Den pågældende aften blev der tilfældigt udvalgt én gæst.

a) Beregn sandsynligheden for, at den udvalgte gæst var en kvinde.

Antag at den udvalgte gæst var en kvinde.

b) Beregn sandsynligheden for at den udvalgte kvinde var fra aldersgruppe I.

Antag at den udvalgte gæst var en mand.

c) Beregn sandsynligheden for at den udvalgte mand var fra aldersgruppe III.

