

# Matematik

## Niveau B

Dette opgavesæt består af 8 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med følgende omtrentlige vægte:

Opgave 1	25%
Opgave 2	10%
Opgave 3	10%
Opgave 4	15%
Opgave 5	10%
Opgave 6	10%
Opgave 7	10%
Opgave 8	10%
<u>I alt</u>	<u>100%</u>

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

Af opgaverne 8A og 8B må kun den ene afleveres til bedømmelse.  
Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

Onsdag den 6. september 2006  
kl. 8.30-12.30



## Opgave 1

Nedenstående 5 delopgaver besvares uafhængigt af hinanden:

- a) Løs uligheden  $1\frac{1}{2} \cdot (2x - 4) \leq x + (3 - x) \cdot 6$
- b) Bestem  $f'(x)$  når  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x - e^{2x}$
- c) Beregn fordoblingskonstanten for funktionen  $f$ , der er givet ved forskriften

$$f(x) = 7 \cdot 1,4^x$$

- d) Funktionen  $h$  er givet ved forskriften

$$h(x) = 3 \cdot \cos(\pi \cdot x) + 1$$

Beregn mindsteværdi og størsteværdi for  $h$ .

- e) Antallet af nyregistrerede personbiler i årene 1999 - 2003 fremgår af nedenstående tabel:

ÅR	1999	2000	2001	2002	2003
ANTAL	144.259	113.631	96.137	111.598	96.501

Kilde: Statistisk Tiårsoversigt 2004.

Hvor mange personbiler blev der i gennemsnit nyregistreret pr. år i den viste periode?

## Opgave 2

Et pengeinstitut tilbyder sine kunder to forskellige opsparingskonti.

På den ene opsparingskonto er renten 3,0% p.a. med halvårlig rentetilskrivning.

På den anden opsparingskonto er der helårlig rentetilskrivning. Renten på denne konto er:

- 2,0% p.a. det første år.
- 2,5% p.a. det andet år.
- 3,0% p.a. det tredje år.
- 4,0% p.a. de efterfølgende år.

En kunde ønsker at indsætte 10.000 kr. på en opsparingskonto. Beløbet på kontoen skal hæves efter fem år.

Vis ved beregning, hvilken af de to typer opsparingskonti, der er den mest fordelagtige for kunden.

## Opgave 3

Om en normalfordelt stokastisk variabel  $X \sim N(\mu; \sigma)$  oplyses, at

$$P(X \leq 80) = 0,3 \quad \text{og} \quad P(X \leq 120) = 0,7$$

- a) Tegn grafen for fordelings sumfunktion på sandsynlighedspapir (normalfordelingspapir).
- b) Bestem fordelings middelværdi  $\mu$  og standardafvigelse  $\sigma$ .

## Opgave 4

Funktionen  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = \frac{6}{x^2 + 2}$$

- a) Vis, at

$$f'(x) = \frac{-12x}{(x^2 + 2)^2}$$

- b) Bestem eventuelle ekstrema for  $f$ .

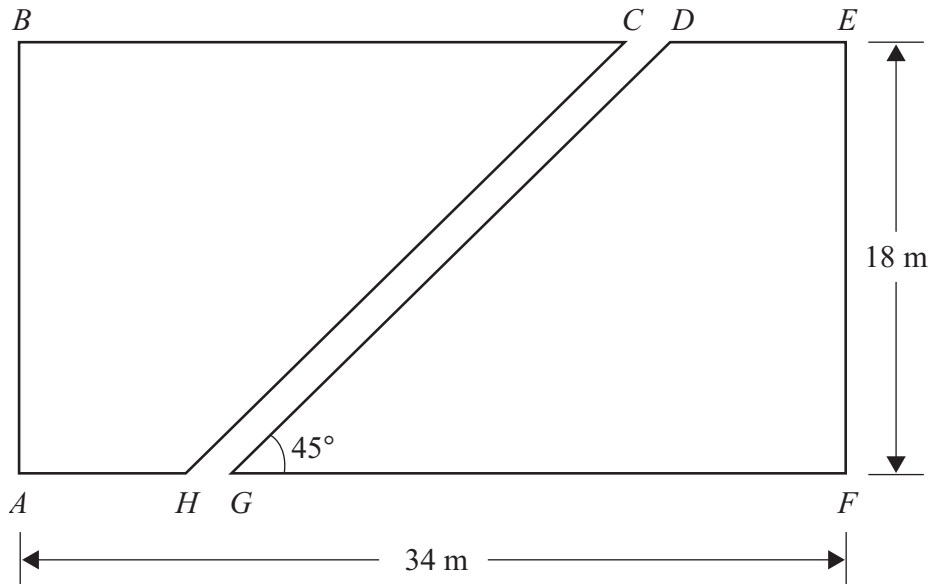
Det oplyses, at grafen for  $f$  har  $x$ -aksen som vandret asymptote.

- c) Beregn  $f(-2)$  og  $f(2)$  og skitsér grafen for  $f$ .

## Opgave 5

I boligkvarteret Farverparken skal der anlægges en park. Grundplanen for den rektangulære park er vist på figuren nedenfor. Igennem parken skal der gå en sti, som skal belægges med fliser. Der sås græs i resten af parken. Stien skærer igennem parken således, at den deler denne i to stykker med samme areal:  $ABCH$  og  $DEFG$ .

Parkens mål er vist på figuren, og det oplyses desuden, at  $|CD| = |HG| = 2$  m.

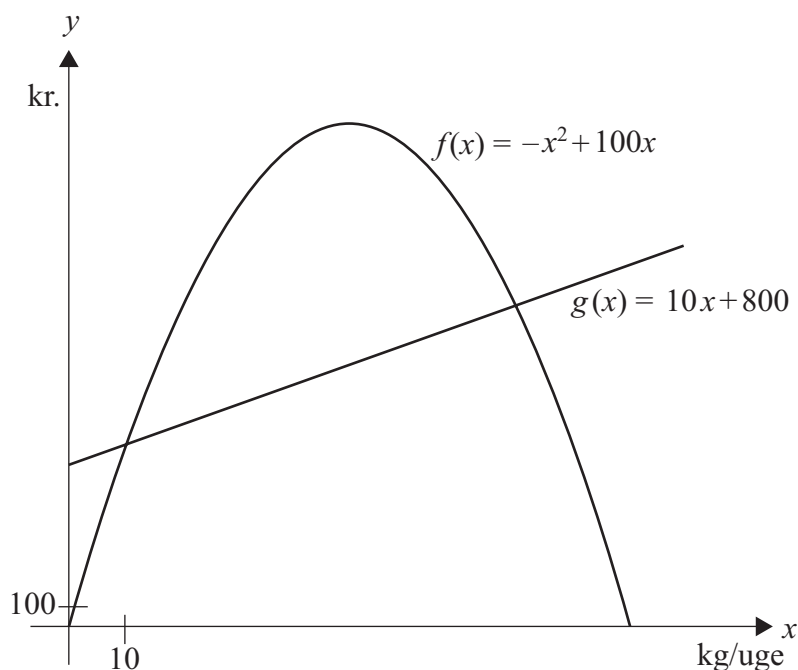


- Beregn arealet af de stykker, hvori der skal sås græs.
- Beregn arealet af det stykke, der skal belægges med fliser.

## Opgave 6

I en virksomhed kan omsætningen pr. uge beskrives ved funktionen  $f$  og omkostningerne pr. uge ved funktionen  $g$ . Graferne og forskrifterne for  $f$  og  $g$  er vist på figuren herunder.

Virksomhedens overskud  $h(x)$  beregnes som omsætning minus omkostninger, dvs.  $h(x) = f(x) - g(x)$ , hvor  $x$  angiver afsætningen i kg pr. uge.



- Bestem det interval for afsætningen, der giver overskud.
- Bestem den afsætning, der giver det største overskud.

## Opgave 7

Funktionen  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = -2x + 4 \cdot \sqrt{x}, \quad x \geq 0$$

- Bestem en ligning for den tangent til grafen for  $f$ , der har røringspunkt i  $(4; f(4))$ .
- Bestem en ligning for den tangent til grafen for  $f$ , som har hældningskoefficienten 0.

**Af opgaverne 8A og 8B  
må kun den ene afleveres til bedømmelse.  
Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun  
besvarelsen af opgave 8A.**

## Opgave 8A

En virksomhed producerer og sælger to produkter PRO-A og PRO-B. Begge produkter skal behandles i tre afdelinger i virksomheden.

1 stk. PRO-A skal behandles 1 time i afdeling I, 1 time i afdeling II og  $1\frac{1}{2}$  time i afdeling III.

1 stk. PRO-B skal behandles 2 timer i afdeling I, 1 time i afdeling II og 2 timer i afdeling III.

I afdeling I er der højst 20 timer pr. uge til behandling af de to produkter, i afdeling II højst 15 timer pr. uge og i afdeling III højst 24 timer pr. uge.

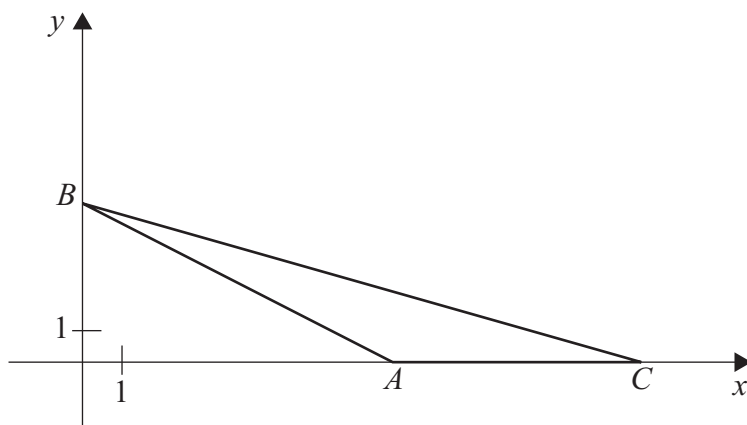
Dækningsbidraget er 500 kr. pr. stk. PRO-A og 400 kr. pr. stk. PRO-B. Virksomheden ønsker at opnå det størst mulige samlede dækningsbidrag pr. uge ved produktion af de to produkter.

- a) Gør rede for, at det størst mulige samlede dækningsbidrag pr. uge opnås ved udelukkende at producere PRO-A.
- b) Beregn det størst mulige samlede dækningsbidrag pr. uge.

## Opgave 8B

Trekant  $ABC$  er på nedenstående figur lagt ind i et almindeligt koordinatsystem. Følgende er oplyst om trekanten:

- 1) Punkt  $A$  har i koordinatsystemet koordinaterne  $(8\frac{2}{3}; 0)$
- 2) Punkt  $B$  har i koordinatsystemet koordinaterne  $(0; 5)$
- 3) Punkt  $C$  har i koordinatsystemet koordinaterne  $(15\frac{2}{3}; 0)$



Beregn længderne af trekantens sider.

